בדידה 1 סמסטר א' תשפ"ה – מועד א'

- **יש לנמק היטב את כל תשובותיכם!**
- ענו על כל השאלות.
- משך המבחן: 3 שעות.
- ענו קודם כל על הסעיפים שעליהם אתם יודעים לענות; חלקו את זמנכם בתבונה.

1. א. (12 נק') מצאו את צורת ה-DNF של הפסוק:

$$(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge ((p \to q) \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$$

ב. (13 נק') נתון פסוק $A$ שצורת ה-CNF השלמה שלו היא:

$$(a \vee \neg b \vee c \vee \neg d) \wedge (\neg a \vee b \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg a \vee b \vee c \vee \neg d) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg c \vee d)$$

הוכיחו או הפריכו: הפסוק $((a \uparrow b) \uparrow (c \uparrow d)) \to A$ הוא טאוטולוגיה.

2. תהיינה $A, B, C$ קבוצות. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות; **לא ניתן להוכיח באמצעות טבלת אמת.**

א. (12 נק') $A\Delta\left(B\cap C\right)=\left(A\Delta B\right)\cap\left(A\Delta C\right)$.

ב. (13 נק') $A\Delta\left(B\times C\right)=\left(A\Delta B\right)\times\left(A\Delta C\right)$.

3. תהי $A$ קבוצה ויהיו $R, S, T$ יחסים מעל $A$. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות.

א. (12 נק') $R\left(S\cap T\right)=RS\cap RT$.

ב. (13 נק') אם $R, S$ אנטי-סימטריים, אז $RS$ אנטי-סימטרי.

4. על הקבוצה $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ נגדיר יחס $S$ באופן הבא:

$$\forall\left(a,b\right),\left(c,d\right)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N}:\left(\left(a,b\right),\left(c,d\right)\right)\in S\leftrightarrow\left(a\neq c\wedge a\mid c\right)\vee\left(a=c\wedge b\mid d\right)$$

א. (12 נק') הוכיחו שהקבוצה $\left(\mathbb{N}\times\mathbb{N},S\right)$ קס"ח.

ב. (8 נק') נסמן: $A=\left\{2,3,6\right\}\times\left\{5,10\right\}$. ציירו דיאגרמת הסה של $\left(A,S\right)$.

ג. (5 נק') מצאו את כל האיברים המינימליים ב-$\left(A,S\right)$.